Politecnico di Torino

Bando di Concorso

CALENDARIO MECCANICO UNIVERSALE

ideato da Giovanni Antonio Amedeo Plana

Commissionato da:
Seat Pagine Gialle SpA
Pia Congregazione dei Banchieri, Negozianti e Mercanti

Presentato da:
Fabio Sinatra
Marco Smonetti
Fabio Sola
Marco Cavana

Anno Accademico 2014/2015

Indice

Capitolo 1

Introduzione

La macchina inventata e costruita da Giovanni Plana è essenzialmente uno strumento di lettura, un corpo di raccolta dati, dove le informazioni sono disposti in modo tale da corrispondere nel momento della visualizzazione. La sua complessità sta sostanzialmente nella precompilazione dei dati riportati sui cilindri. In pratica ci sono quattro informazioni che vengono visualizzate:

Fase Lunare

Numero d'oro

Epatta

Pasqua

La compilazione del calendario sul primo cilindro (dedicato solo ai giorni e alle mensilità) sarà gestita parallelamente alla compilazione degli altri cilindri, su cui sono riportate le rimanenti informazioni. Contemporaneamente alla trattazione delle problematiche e degli algoritmi, si riporta anche lo svolgimento della compilazione di un programma in linguaggio C++, con lo scopo di presentare e anticipare quello che potrebbe essere un programma esecutivo che sostituisca (parzialmente) la macchina, e anche di chiarire la logica adottata nell'affrotare le diverse problematiche.

Capitolo 2

Algoritmi e funzionamento

Entriamo ora nel dettaglio delle singole informazioni riportate nel calendario, dandone le rispettive definizioni, e affrontando il problema della loro determinazione.

2.1 Anni bisestili

Un controllo preliminare, che sta a monte delle successive informazioni che verranno analizzate, sta nel distinguere se l'anno in corso è bisestile.

Il problema nasce dalla non trascurabile differenza che sta tra la definizione dell'anno civile dall'estensione dell'anno solare. Quest'ultimo corrisponde al tempo impiegato dal Sole per tornare nella stessa posizione, dal punto di vista terrestre. Convenzionalmente si assume questo arco temporale di 365 giorni. La Terra però, durante l'attaraversamento della propria orbita attorno al Sole, non mantiene costante la sua velocità, e inoltre si aggiunge agli effetti anche il moto di precessione terrestre, che causa un anticipo di non pochi minuti. Dunque per il calcolo della durata dell'anno risulta importante anche la scelta del giorno da cui partire. Si è osservato che la distanza tra due equinozi è rimasta tra 365,2423 e 365,2424 giorni di calendario per gli ultimi 4 millenni e tale resterà per alcuni altri millenni. E' anche vero però che che da equinozio a equinozio (o da solstizio a solstizio) l'arco temporale misurato è differente. Alla data 1 Gennaio 2000 ore 12,00 l'anno solare durava 365 giorni, 5 ore, 48 minuti e 46 secondi, (ovvero 365,242189670 giorni). Nella redazione dei calendari (specie quello Gregoriano) la scelta della data di partenza cade sull'equinozio di Primavera, a partire dla punto gamma o primo punto d'Ariete, da cui si registra una durata di 365,2425 giorni.

Il gap tra le due convenzioni comporta quindi uno sfasamento, che su piccola scala può risultare trascurabile, ma che su larga scala obbliga l'apporto di una correzione. Di anno in anno (civile) si perderebbero infatti delle frazioni di giorno non piccole, di circa il 24%. Col primo anno perderemmo 0,2425 giorni, col secondo anno 0,4850 giorni, col terzo anno 0,7275 giorni, col quarto anno 0,9700 giorni.

Anno trascorso	Scarto accumulato (gg)
1	0,2425
2	0,4850
3	0,7275
4	0,9700
5	1,2125
6	1,4550
7	1,6975
8	1,9400
...	...

Con il quarto anno trascorso lo scarto accumulato è molto vicino a un giorno completo, ovvero dopo quattro anni si scarterebbe (con la convenzione civile) il 97% di un giorno. Ogni quattro anni quindi, per colmare la distanza tra le due convenzioni, si sceglie di aggiungere in Febbraio un giorno, portando l'anno civile per una volta a 366 giorni. La scelta ovviamente comporta un'altra approssimazione, poiché si è aggiunta una 'fetta di tempo' più grande di quanto non fosse quella scaratata fino ad allora. Così facendo noi superiamo l'anno solare di un tempo pari a 0,03 giorni, circa 43 minuti ogni 4 anni. Quando questo surplus sarà quindi molto vicino al completamento di un giorno intero, si deciderà di non aggiungere più il giorno correttivo, così da pareggiare le due convenzioni.

$$\frac{1[giorno]}{0,03[giorni/4anni]} = 33,33cicli$$

Dopo circa 33 cicli di 4 anni si sarà superato il mese solare di un giorno, quindi l'attenzione andrà rivolta dopo $33 * 4 = 132$ anni. Se non trascuriamo i decimali della precedente divisione il numero corretto risulta invece $133,3$. Ai fini di rendere i calcoli (e la memorizzazione) pù pratici, la scelta di non aggiungere il giorno correttivo potrebbe ricadere sul centesimo anno. L'ultimo anno del secolo quindi diventa non-bisestile. L'errore commesso quindi è valutato come $\frac{132-100}{100} = 0,32$ ovvero del 32%. L'errore si accumulerà, raddoppiando al duecentesimo anno, triplicando al trecentesimo, arrivando al 96%. Per smorzare quindi anche questa approssimazione si può decidere di lasciare bisestile l'anno corrispondente al 400, quando l'errore accumulato avrà totalizzato un altro giorno di difetto. In altre parole, l'ultimo anno del secolo corrente (il 100esimo anno, che dovrebbe essere bisestile) diventa comune, a meno che il secolo non sia un multiplo di 400. Le correzioni apportate finora sono già tali da abbattere notevolmente l'errore commesso nella compilazione di un calendario, ma resta comunque affetto da un errore, che si manifesterà su una scala tanto più grande quanto più piccolo è la sua entità. Se ancora volessimo ridurre il grado di approssimazione potremmo stimare quanti cicli da 400 anni dovrebbero passare prima di aver superato di un giorno il calendario solare. Percentualmente parlando con l'aggiunta della bisestilità al 400esimo anno si accumulerà per eccesso il 28% di una giornata. Dopo quindi 3 cicli da 400 anni (ovvero ogni 1200 anni) la percentuale, che sfiora il 90%, ci suggerirebbe di abolire la bisestilità, tornando di nuovo leggermente in difetto. Si potrebbe, con questo modo di ragionare, andare avanti verso correzioni sempre migliori, portandici sempre un po' in eccesso e un po' in difetto rispetto al naturare scorrere del tempo.

Nel 46 a.C. fu introdotto da Giulio Cesare il calendario giuliano: assumendo che ogni anno fosse di 365 giorni, incluse ogni quattro anni un anno di 366 giorni che recuperasse le ore di scarto rispetto all'anno solare. Da sempre i metodi per misurare il tempo hanno prsentato tutti delle imprecisioni. L'anno bisestile venne introdotto proprio per correggere questo errore. Il giorno in più non pareggiava però esattamente i conti con l'anno solare, e nel 1582 Papa Gregorio XIII decise di far saltare i giorni dal 4 al 15 ottobre per riportare l'equinozio di primavera al 21 Marzo. Introdusse così il calendario detto gregoriano, in vigore a tutt'oggi, in cui stabilì che gli anni secolari, eccetto quelli multipli di 400, non fossero più bisestili. Il 1600 fu bisestile, il 1700, il 1800, il 1900 no, il 2000, e così via. L'arco di tempo del 'secolo' è scandito da 3 anni comuni e da 1 bisestile. Secondo questa logica infatti l'ultimo anno del secolo dovrebbe essere bisestile. Nella realtà il calendario gregoriano abolisce i giorni bisestili 3 volte ogni 400 anni. In altre parole la convenzione lo vuole comune, a meno che il secolo non sia divisibile per 400.

Nel linguaggio C++ tutto questo può essere sintetizzato con le seguenti linee di comando:

```
# include < math.h >
# include < iostream >
# include < stdlib.h >
using namespace std;
```

```
void verificaSecolo (int anno)
{
int secolo;
if(anno % 100==0)
secolo=anno/100;
else
secolo=anno/100 + 1;
}

bool verificabisest (int anno, int secolo)
{
if ((anno == secolo*100) & & (anno % 400==0))
return true;
else
{
if (anno% 4==0)
return true;
else
return false;
}
int main ()
{
int anno;
int secolo;
bool bisestile;

cin >> anno;
verificaSecolo (anno)
bisestile = verificabisest (anno, secolo);
if (bisestile == true)
cout <<"L'anno indicato e' bisestile" << endl;
else
cout <<"L'anno indicato non e' bisestile, spiacente" << endl;
system("pause");
return 0;
}
```

2.2 Numero d'oro

Il problema si pone nel determinare il tempo che intercorre tra una congiunzione e la successiva. Dalla sovrapposizione di due dei moti che coinvolgono la Luna, ovvero la rotazione della Luna attorno alla Terra e il moto della Terra lungo la propria orbita, si osserva che il valore medio dell'intervallo di tempo che passa fra due congiunzioni successive della Luna con il Sole è di 29 giorni, 12 ore, 44 minuti e 3 secondi, e prende il nome di *mese lunare*.

Poiché il mese lunare è quindi scandito secondo la tempistica sopra indicata, la prima cosa che si osserva è l'inevitabile differenza tra un anno solare e un anno lunare. Ogni anno infatti si accumulano circa 11 giorni di distacco tra uno e l'altro. Un anno solare è infatti composto da 365 giorni, mentre quello lunare da 354. Ci si domanda allora: quanti mesi lunari devono trascorrere per ottenere un multiplo esatto (o quasi esatto) dell'anno solare? In altre parole, poiché l'anno lunare è sempre qualche passo indietro rispetto all'anno solare, ci si chiede se a un certo punto nel tempo i due calendari non ricomincino di nuovo dallo stesso punto. In questo modo si potrebbe affermare che quanto accaduto nel primo 'ciclo' annuale si ripresenterà pressoché identico nel nuovo ciclo.

Il calcolo che si vuole fare è quindi del tipo:

$$29,5\left[\frac{giorni}{mese_{lunare}}\right] * n\left[\frac{mesi_{lunari}}{anno_{lunare}}\right] = k * 365\left[\frac{giorni}{anno_{solare}}\right] \tag{2.1}$$

ovvero, riscrivendo l'equazione, si vuole che il termine k sia un numero intero (o comunque il più vicino possibile a un intero). Ponendo maggiore dettaglio anche sul problema degli anni bisestili, il calcolo diventa:

$$k = \begin{cases} \frac{29,5}{365} * n \\ \frac{29,5}{366} * n \quad bisestili \end{cases} \tag{2.2}$$

Abbiamo tabellato l'esecuzione del conteggio, per meglio visualizzare l'andamento del valore di k in funzione di n, riportando i risultati di mese in mese.

Mese	**k**	**Mese**	**k**	**Mese**	**k**	*Mese*	**k**
1	0,081	13	**1,053**	25	**2,025**	37	2,988
2	0,162	14	1,134	26	2,106	38	**3,069**
3	0,243	15	1,215	27	2,187	39	3,150
4	0,324	16	1,296	28	2,268	40	3,231
5	0,405	17	1,377	29	2,349	41	3,311
6	0,486	18	1,458	30	2,430	42	3,392
7	0,567	19	1,539	31	2,511	43	3,473
8	0,648	20	1,620	32	2,592	44	3,554
9	0,729	21	1,701	33	2,673	45	3,634
10	0,810	22	1,782	34	2,754	46	3,715
11	0,891	23	1,863	35	2,835	47	3,796
12	0,972	24	1,944	36	2,916	48	3,877

Mese	**k**	**Mese**	**k**	**Mese**	**k**	*Mese*	**k**
49	**3,968**	61	4,940	73	5,912	85	6,865
50	4,049	62	**5,021**	74	**5,993**	86	6,946
51	4,130	63	5,102	75	6,074	87	**7,027**
52	4,211	64	5,183	76	6,155	88	7,107
53	4,292	65	5,264	77	6,236	89	7,188
54	4,373	66	5,345	78	6,317	90	7,269
55	4,454	67	5,426	79	6,398	91	7,350
56	4,535	68	5,507	80	6,479	92	7,430
57	4,616	69	5,588	81	6,560	93	7,511
58	4,697	70	5,669	82	6,641	94	7,592
59	4,778	71	5,750	83	6,722	95	7,673
60	4,859	72	5,831	84	6,803	96	7,753

Mese	**k**	**Mese**	**k**	**Mese**	**k**	*Mese*	**k**
97	7,856	109	8,828	121	9,799	133	10,742
98	7,937	110	8,908	122	9,880	134	10,823
99	**8,018**	111	**8,989**	123	9,961	135	10,903
100	8,099	112	9,070	124	**10,042**	136	**10,984**
101	8,180	113	9,151	125	10,123	137	11,065
102	8,261	114	9,232	126	10,204	138	11,146
103	8,342	115	9,313	127	10,285	139	11,226
104	8,423	116	9,394	128	10,366	140	11,307
105	8,504	117	9,475	129	10,447	141	11,388
106	8,585	118	9,556	130	10,528	142	11,469
107	8,666	119	9,637	131	10,609	143	11,549
108	8,747	120	9,718	132	10,690	144	11,630

Mese	**k**	**Mese**	**k**	**Mese**	**k**	*Mese*	**k**
145	11,743	157	12,715	169	13,687	181	14,618
146	11,824	158	12,796	170	13,768	182	14,699
147	11,905	159	12,877	171	13,849	183	14,780
148	**11,986**	160	12,958	172	13,930	184	14,861
149	12,067	161	**13,039**	173	**14,011**	185	14,942
150	12,148	162	13,120	174	14,092	186	**15,022**
151	12,229	163	13,201	175	14,173	187	15,103
152	12,310	164	13,282	176	14,254	188	15,184
153	12,391	165	13,363	177	14,335	189	15,265
154	12,472	166	13,444	178	14,416	190	15,345
155	12,553	167	13,525	179	14,497	191	15,426
156	12,634	168	13,606	180	14,578	192	15,507

Mese	**k**	**Mese**	**k**	**Mese**	**k**	*Mese*	**k**
193	15,630	205	16,602	217	17,574	229	18,495
194	15,711	206	16,683	218	17,655	230	18,576
195	15,792	207	16,764	219	17,736	231	18,657
196	15,873	208	16,845	220	17,817	232	18,737
197	15,954	209	16,926	221	17,898	233	18,818
198	**16,035**	210	**17,007**	222	**17,979**	234	18,899
199	16,116	211	17,088	223	18,060	235	**18,980***
200	16,197	212	17,169	224	18,141	236	19,061
201	16,278	213	17,250	225	18,222	237	19,141
202	16,359	214	17,331	226	18,303	238	19,222
203	16,440	215	17,412	227	18,384	239	19,303
204	16,521	216	17,493	228	18,465	240	19,384
Mese	**k**	**Mese**	**k**	**Mese**	**k**	*Mese*	**k**
241	19,518	253	20,490	265	21,461		
242	19,599	254	20,571	266	21,542		
243	19,680	255	20,652	267	21,623		
244	19,761	256	20,732	268	21,704		
245	19,842	257	20,813	269	21,785		
246	19,923	258	20,894	270	21,866		
247	**20,004***	259	**20,975**	271	21,947		
248	20,085	260	21,056	272	**22,028**		
249	20,166	261	21,137	273	22,109		
250	20,247	262	21,218	274	22,190		
251	20,328	263	21,299	275	22,271		
252	20,409	264	21,380	276	22,352		

La scritta *Mese* in corsivo sta a indicare che l'anno corrispondente è preso bisestile

Sono stati evidenziati in grassetto i valori che nell'anno in esame si avvicinano maggiormente all'unità. Così facendo possiamo visualizzare meglio i migliri valori di k per poterli confrontare. Il nostro conto, di per sé soggetto a un'approssimazione per aver scelto 29,5 come durata del mese lunare, ci permette di individuare abbastanza bene il possibile punto di ottimo, ovvero i valori di $k = 18,980$ (235 mesi lunari) e $k = 20,004$ (247 mesi lunari). Questi ultimi, indicati in tabella con *, sono i più vicini all'interezza, il risultato cercato, e si aggirano intorno al valore 19. Tutto questo è in accordo con quanto affermato anche dall'astronomo ateniese Metone, il quale disse che 235 mesi lunari corrispondono quasi esattamente a 19 anni solari. In altre parole, dopo aver osservato i giorni in cui hanno avuto luogo le diverse fasi lunari per 19 anni, si noterà che il ventesimo anno queste cadranno negli stessi giorni del primo anno, il ventunesimo anno cadranno negli stessi giorni del secondo anno, e così via.

Con questa periodicità è stata divisa quindi la scala temporale in cicli di 19 anni, e ciascun anno porta con se un numero naturale dall'1 al 19, per indicare proprio la loro posizione all'interno del ciclo. Il **numero d'oro** è quindi il numero dell'anno nel ciclo lunare in corso. Per trovare allora il numero d'oro relativo a qualsiasi anno basterà dividere l'anno considerato per 19. Gli anni corrispondenti a inizio ciclo saranno ben allineati, e dunque la divisione darà resto nullo. Dovendo quindi associargli il numero d'oro pari a 1, dovremo aggiungere una unità al resto della divisione.

Indicando con % l'operatore aritmetico che restituisce il resto da una divisione tra numeri interi, l'algoritmo per determinare il numero d'oro di un anno in particolare può essere scritto come:

$$n_{oro} = \%\left(\frac{anno}{19}\right) + 1 \tag{2.3}$$

Come esempio calcoliamo il numero d'oro dell'anno in corso, il 2015:

$$\begin{aligned} \frac{2105}{19} &= 106 + \frac{1}{9} \\ &= 106 \qquad resto \rightarrow 1 \\ n_{oro} &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

Di conseguenza il 2014 aveva un numero d'oro pari a 1, ovvero era ricominciato un nuovo ciclo.

Anche per questo tema affrontiamo l'algoritmo di calcolo adottando il linguaggio C++. Più semplice nella scrittura, lo riportiamo di seguito:

```
void calcoloNdoro(int anno)
{
int n _ doro;
n _ doro = (anno % 19)+1;
cout <<"Numero d'oro = " << n _ doro << endl;
}

int main ()
{
int anno;
cin >> anno;

calcoloNdoro (anno);

system("pause");
return 0;
}
```

2.3 Le fasi lunari

Ciò che noi indichiamo con *fasi lunari* è il susseguirsi dei diversi aspetti con cui la Luna ci appare, in funzione dell'orientazione e dell'illuminazione proveniente dal Sole. Al nostro scopo e per semplicità vengono nominati otto momenti particolari, di facile osservazione, corrispondenti a:

Luna Nuova la Luna ci appare scura, con una leggera luminescenza sottilissima sulla destra;

Luna Crescente lo spicchio luminoso è più visibile e sta crescendo estendendosi verso sinistra;

Primo Quarto la Luna ci appare per la sua metà destra;

Gibbosa Crescente superata la metà della superficie, il profilo illuminato si fa convesso;

Luna Piena l'intera superficie rivolta verso di noi è visibile;

Gibbosa Calante nel ritrarsi la superficie illuminata diminuisce la sua convessità verso sinistra;

Ultimo Quarto la metà illuminata è ora quella di sinistra;

Luna Calante speculare alla crescente;

Le fasi lunari si ripetono in un intervallo di tempo pari a circa 29 giorni e mezzo. Le quattro fasi di maggior interesse sono ovviamente la Luna nuova, il Primo quarto, la Luna piena e l'ultimo quarto, che avvengono quando i tre partecipanti (Sole, Terra e Luna) si dispongono in una certa posizione. In particolare: la Luna nuova è ottenuta quando il satellite lunare si interpone tra Terra e Sole. In questo modo la superficie illuminata è proprio quella che ci è celata, e a noi è concessa solo una labile illuminazione di un sottilissimo spicchio laterale. In condizioni ancora più particolari questa disposizione (che è detta **congiunzione**) può dar origine al fenomeno dell'eclissi solare (totale o parziale) quando i due dischi vanno a sovrapporsi. Il primo quarto e l'ultimo quarto invece si verificano quando l'angolo formato dai tre pianeti è di 90°, e tale disposizione è nota col nome di **quadratura**. Quando è invece la Terra che si interpone tra Sole e Luna, allora quest'ultima ci mostra tutta la superficie disponibile illuminata, e noi osserviamo la Luna piena. Come per le eclissi di Sole però anche la Luna più essere oscurata se dovesse entrare nell'ombra della Terra (eclissi lunare).

Nel calcolo astronomico, poter determinare il momento in cui queste fasi si presentano richiede a rigore di tener in considerazione la concomitanza di numerosi fenomeni, dalle orbite del Sole e della Luna alla nutazione terrestre. Prima di tutto ciò però c'è un interessante discorso che merita di essere affrontato, e che riguarda una storica decisione rivolta a rispondere a un bisogno scientifico. In astronomia infatti, per compiere dei calcoli, risulta inevitabilmente scomodo l'adozione di un calendario come quello adottato oggi, suddiviso cioè in mesi, giorni, ore e secondi, ciascuno di essi scanditi in modo diverso. Un calendario così costruito non è chiaramente su scala decimale, rendendo quindi i calcoli difficili e scomodi. Per semplificare i conti quindi si è deciso di adottare un diverso calendario, la cui divisione è scandita soltanto dai giorni. L'unità fondamentale è quindi il giorno, detto **Giorno Giuliano**, e il giorno 0 corrisponde all'1 gennaio 4713 AC. Da questo ne deriva che l'1 Gennaio 2000 corrisponde al giorno giuliano 2451545. Le ore saranno di conseguenza delle frazioni del giorno. Nello specifico, il giorno 0 ha inizio alle ore 12, quindi volendo indicare le 24 del giorno 1 gennaio 2000 dovremo indicarlo col GG (giorno giuliano) 2451545,5, dove il decimale 0,5 corrisponde alle 12 ore successive al mezzogiorno, cioè mezza giornata. Questo periodo fu introdotto nel XVI secolo dall'astronomo francese di Agen Giuseppe Giusto Scaliger, che lo intitolò al padre il padovano Giulio Cesare della Scala.

La difficoltà che deriva dall'uso di questo calendario si avverte in realtà perché obbliga all'uso di numeri particolarmente grandi, difficili da visualizzare o da capire. Basandosi infatti su una scansione giornaliera, e partendo da una data tanto indietro nel tempo, il numero di giorni che si sono succeduti fino a oggi sono milioni, e tale calendario ci impone proprio l'uso di numeri dell'ordine di grandezza del milione appunto. Concettualmente questa scansione del tempo è invece molto più semplice, visto che non necessita di suddividere il tempo in 'sottoparagrafi' come il mese o l'anno. Traendo informazioni dal testo di Jean Meeus, *Astronomical Algorithms*, in uno dei capitoli dedicati alle fasi lunari e alla loro determinazione, viene riportata l'equazione utile al calcolo della giornata (espressa in giorno giuliano) in cui si verificherà una determinata fase lunare. Questa stesura fa riferimento all'anno 2000. La comodità dell'uso di un'equazione è che sarà nostro libero arbitrio scegliere la fase lunare da osservare, e nei calcoli ci verrà fornita la data corrispondente. La difficoltà invece risiede invece nel significato dei termini. Un passo alla volta, iniziamo a riportare l'equazione per come ci viene presentata:

$$JDE = 2451550,09765 + 29,530588853 * k + 0,0001337 * T^2 - 0,000000150 * T^3 + 0,00000000073 * T^4 \tag{2.4}$$

I termini presenti nell'equazione sono tre, ma scopriremo che nel caso pratico saranno solamente due. Il primo è il JDE, Julian Ephemeris Day, cioè l'obiettivo della nostra ricerca, il Giorno Giuliano. Dovremo poi convertirlo opportunamente per scoprire la data corrispondete col nostro calendario. Inoltre l'equazione adottata è stata scritta riferendosi a un meridiano differente da quello italiano. La correzione da apportare per ottenere la data corretta (seppur approssimata) per l'Italia consiste nel sottrarre un giorno dalla data ottenuta. Tornando al JDE (che ci aspettiamo venga molto grande), sarà il risultato della somma dei termini a secondo membro. Tra di essi compare 'k': è un numero senza unità di misura, adimensionale. Il calcolo approssimato di k si compie seguendo la seguente formula:

$$k = (anno\text{–}2000) * 12,3685 \tag{2.5}$$

nella definizione di 'anno' possiamo tener conto anche del mese in corso, esprimendolo in frazione. Per fare un esempio, se siamo nel Giugno 2014, allora avremo: $anno = 2014,5$ poiché ci troviamo a metà dell'anno considerato. Una volta sostituito il valore numerico dell'anno interessato si ottiene quindi il valore di k. Per intenderci, dall'esempio sopra esposto, si ottiene un k=179,34, mente k = 0 corrisponde all'anno 2000.

Questo numero è un valore di prima stima, che a prima vista non ci dice molto. Il suo significato però risiede nel saper interpretare la sua parte decimale. Se infatti k fosse un numero intero vorrebbe significare che la fase lunare in esame corrisponde alla Luna Nuova. Ogni incremento di 0,25 invece ci fa slittare alla fase lunare successiva. La casistica è quindi la seguente:

$$k = \begin{cases} 179,\mathbf{00} & Luna-Nuova \\ 179,\mathbf{25} & Primo-Quarto \\ 179,\mathbf{50} & Luna-Piena \\ 179,\mathbf{75} & Ultimo-Quarto \end{cases} \tag{2.6}$$

Il termine T invece lo si ottiene a partire dal valore di k. La formula che determina T è infatti:

$$T = \frac{k}{1236,85} \tag{2.7}$$

il suo significato è quindi lo stesso di quello assegnato a k.

2.3.1 Esempio applicativo

A questo punto non ci resta che applicarla per capirne meglio il significato nella sua interezza. Poniamoci per esempio l'obiettivo di stimare la data in cui si verificherà la Luna Nuova nel Giugno 2015. Giugno è il sesto mese su dodici, quindi nell'anno lo indicheremo come $\frac{6}{12}$, ovvero pari al decimale 0,5. Seguendo l'algoritmo esposto dal manuale, indichiamo l'anno corrente quindi come 2015,5. Inseriamo il risultato nella formula per determinare k e otteniamo: $k = 191,71175$

Conserviamo la parte intera (approssimata per eccesso), ma focalizziamo la nostra attenzione sul nostro obiettivo, quindi sulla Luna Nuova. Di conseguenza la parte decimale dovrà essere nulla. Prendiamo quindi il valore $k = 192,00$ corrispondente alla Luna Nuova. Con questo valore determiniamo T:

$$T = \frac{k}{1236,85} = \frac{192,00}{1236,85} = 0,1552330517$$

Abbiamo tutto ciò che ci serve per determinare JDE, cioè il giorno giuliano corrispondente alla luna nuova di Giugno. Con i valori calcolati finora sostituiamo nella equazione iniziale, e il risultato che otteniamo è: $JDE = 2457219,970713$.

Come ci aspettavamo il numero ottenuto è piuttosto grande, dell'ordine dei milioni. L'obiettivo ora è di convertire tale numero a una data compatibile col calendario Gregoriano. Come detto all'inizio del capitolo, il giorno 1 Gennaio 2000 (che è il riferimento per l'uso corretto dell'equazione principale) corrisponde al Giorno Giuliano 2451545,5. Il JDE che abbiamo invece calcolato coincide con il giorno giuliano della data desiderata. Se quindi sottraiamo i due numeri, ciò che otterremo sarà il numero di giorni che sono passati dal 1 gennaio 2000.

$$2457219,970713 - 2451545,5 \simeq 5674,470 giorni$$

Se in un anno ci sono 365 giorni, allora possiamo risalire al numero di anni dopo il 2000, ovvero $5674,4707/365,25 \simeq 15,546$ anni. Il numero ottenuto ci conferma che l'anno in questione è il 2015. La parte decimale coincide con il numero di giorni trascorsi nell'anno a partire dal 1 Gennaio. Risaliamo quindi al numero di giorni:

$$15,54649 * 365 \simeq 199,470 giorni$$

Trascurando il decimale ottenuto (che sarebbe un'informazione sull'ora in cui la Luna nuova si presenta), 199 sono i giorni dopo il 1 gennaio del 2015. I primi sei mesi corrispondono a 181 giorni, quindi il mese in cui cade è sicuramente Giugno (e anche questo è una conferma, dato che il nostro calcolo voleva proprio determinare il giorno di luna nuova nel mese).

$$199 - 181 = 18 giorni$$

Dai nostri calcoli, eseguiti in parallelo con un calcolatore (mantenendo comunque un certo grado di errore) risulta essere il **17 Giugno 2015**.

Con lo stesso procedimento ricerchiamo la data di Luna Nuova nei mesi dell'anno 2015. Sintetiziamo i risultati ottenuti:

	anno	k	T	JDE	gg dal 1 Gennaio	giorno
Gennaio	2015,083	187	0,1512	2457072,318	51,82	20
Febbraio	2015,167	188	0,1520	2457101,848	81,35	19
Marzo	2015,250	189	0,1528	2457131,379	110,88	20
Aprile	2015,333	190	0,1536	2457160,910	140,41	19
Maggio	2015,417	191	0,1544	2457190,440	169,94	18
Giugno	2015,5	192	0,1552	2457219,971	199,47	17
Luglio	2015,583	193	0,1560	2457249,501	229,00	16
Agosto	2015,667	194	0,1569	2457279,032	258,53	14
Settembre	2015,75	195	0,1577	2457308,562	288,06	14
Ottobre	2015,833	196	0,1585	2457338,093	317,59	13
Novembre	2015,917	197	0,1593	2457367,624	347,12	12
Dicembre	2016	198	0,1601	2457397,154	376,65	11

Può capitare che nello stesso mese si presentino due volte la Luna nuova, quando cioè si verifica all'inizio del mese solare. Poiché la durata del mese lunare è minore di quello solare, quest'ultimo può talvolta ancapsulare un mese lunare per intero.

2.3.2 Correzioni

Con l'adozione della formula di calcolo (2.4) presentata nel corrente capitolo, e con l'uso di un ambiente di programmazione semplificato, si riscontra l'inevitabile problema di errori di approssimazione, soprattutto nei calcoli eseguiti dal programma, e di limiti operativi. Per ovviare a tali inesattezze si vuole eseguire una successiva correzione sui dati forniti dal software.

Per via tabellare si riportano quindi le variazioni sul valore ottenuto per il giorno relativo alla luna nuova (indicato con Δg) che coinvolge il XXI secolo.

Anno	Δg	Anno	Δg	Anno	Δg
dal 2000	+3	dal 2032	-5	dal 2070	-14
dal 2004	+2	dal 2037	-6	dal 2074	-15
dal 2010	+1	dal 2040	-7	dal 2078	-16
dal 2012	+0	dal 2046	-8	dal 2081	-17
dal 2020	-1	dal 2050	-9	dal 2084	-18
dal 2021	-2	dal 2056	-10	dal 2088	-19
dal 2024	-3	dal 2060	-11	dal 2092	-20
dal 2030	-4	dal 2064	-12	dal 2096	-21

2.4 Epatta

Si definisce l'epatta come l'età della luna al 1 Gennaio, espressa in trentesimi di lunazione. La funzione dell'epatta è di poter determinare il giorno lunare a partire dal comune calendario solare.

In un discorso più introduttivo al problema, poiché un anno solare dura 365 giorni, contro i 354 per l'anno lunare, a conclusione di un anno solare si è accumulato una differenza di 11 giorni tra i due calendari. Col secondo anno la distanza aumenta a 22, e col terzo anno si raggiungono i 33 giorni. Superando i 30 giorni occorre quindi aggiungere un mese, detto embolistico. L'epatta è proprio questo numero sempre crescente, che a ogni mese embolistico viene diminuito di 30. Come già analizzato nel capitolo dedicato al numero d'oro, ogni 19 anni le lunazioni si ripetono negli stessi giorni dell'anno solare, e quindi anche l'epatta si ripete ogni 19 anni. Si può affermare quindi che una prima stima per il calcolo dell'epatta si possa ottenere dal calcolo:

$$E = \%\left(\frac{n * 11}{30}\right) \tag{2.8}$$

Indicando con % l'operatore che restituisce il resto della divisione, e con n il numero d'oro. C'è però un problema: $11(\frac{giorni}{anno}) * 19(anni) = 209(giorni)$, che non è un multiplo di 30. Di conseguenza a ogni ciclo di 19 anni non accade quanto ci si aspettava, ovvero $\%\left(\frac{n*11}{30}\right) \neq 0$. Diventa quindi necessario apportare una modifica alla relazione vista sopra. Purtroppo il ciclo metonico non è esattamente di 19 anni, ma più breve di circa un'ora e mezza. Si osserva quindi con una semplice proporzione quanti anni servono per registrare l'accumulo di un giorno in più:

$$\begin{aligned} 1,5(ore) : 19(anni) &= 24(ore) : x \\ x &= \frac{19 * 24}{1,5} \\ &= 304 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Ogni 304 anni si registra quindi l'accumulo di un giorno sulle epatte. Fino al 1582 il ciclo metonico veniva considerato di 19 anni esatti, trascurando questo dettaglio.

Bibliografia

[1] Jean Meeus (1991), *Astronomical Algorithms*, Willmann-Bell, Inc..